

Calcul des opérateurs d'impédance en Interaction Sol-Structure: méthode éléments de frontière accélérée par méthode multipôle rapide

Zouhair Adnani, Stéphanie Chaillat, Marc Bonnet, Alex Nieto Ferro, Nicolas Greffet

▶ **To cite this version:**

Zouhair Adnani, Stéphanie Chaillat, Marc Bonnet, Alex Nieto Ferro, Nicolas Greffet. Calcul des opérateurs d'impédance en Interaction Sol-Structure: méthode éléments de frontière accélérée par méthode multipôle rapide. 13e colloque national en calcul des structures, Université Paris-Saclay, May 2017, Giens, Var, France. hal-01908908

HAL Id: hal-01908908
https://hal.science/hal-01908908

Submitted on 30 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2017
13ème Colloque National en Calcul des Structures
15-19 Mai 2017, Presqu'île de Giens (Var)

Calcul des opérateurs d'impédance en Interaction Sol-Structure: méthode éléments de frontière accélérée par méthode multipôle rapide

Z. Adnani[1,2], S. Chaillat[1], M. Bonnet[1], A. Nieto Ferro[2], N. Greffet[2]

[1] *POEMS (ENSTA Paristech,INRIA,CNRS), Université Paris-Saclay, {marc.bonnet, stephanie.chaillat}@ensta-paristech.fr*
[2] *EDF R&D, {zouhair.adnani, alex.nieto-ferro,nicolas.greffet}@edf.fr*

Résumé — Les effets de site, qu'ils soient d'origine topographique ou lithologique, influencent la propagation des ondes sismiques et peuvent provoquer une amplification ou atténuation du mouvement sismique, ainsi que la modification de son spectre. Ce travail concerne le développement d'une stratégie de calcul numérique pour la prise en compte des effets de sites dans les calculs d'Interaction Sol-Structure. Il repose sur une nouvelle stratégie de couplage des éléments finis aux éléments de frontière accélérés par la méthode multipôle rapide.
Mots clés — Interaction Sol-Structure, effets de site, méthode multipôle rapide, méthode des éléments de frontière accélérée.

1 Contexte et objectifs

L'analyse du risque sismique est un des enjeux de sûreté des structures de génie civil. Il est important de proposer une stratégie de calcul pour combiner les effets d'interaction sol-structure (ISS) avec les effets de site. Les effets de site (figure 1) sont dus principalement à la géométrie du site (topographie), aux hétérogénéités des couches de sol (lithologie) ou aux non-linéarités dans celles-ci [5].

L'objectif de ce travail est de développer une approche numérique permettant d'effectuer des calculs ISS avec prise en compte des effets lithologiques et topographiques du site. Il existe différentes méthodes numériques pour simuler la propagation des ondes, chacune avec des avantages et des inconvénients. Un couplage entre la méthode des éléments finis (FEM), utilisée pour modéliser la structure et éventuellement son environnement proche (cette région pouvant alors comporter des détails géométriques fins ou présenter des comportements non-linéaires), et la méthode multipôle rapide appliquée aux éléments de frontière (FM-BEM), modélisant la propagation dans le sol, traité comme un milieu non borné à comportement élastique linéaire, est proposé.

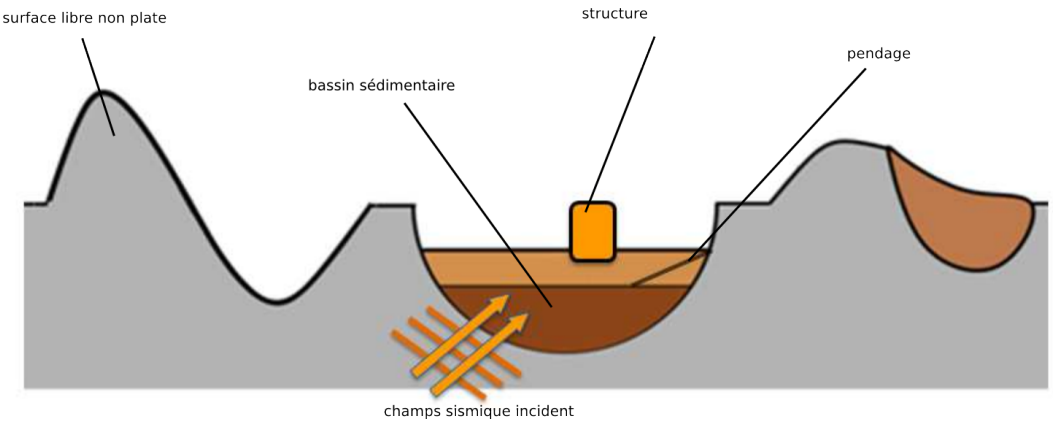


FIGURE 1 – Illustration d'un bassin où les effets de site ont une influence sur l'interaction sol-structure.

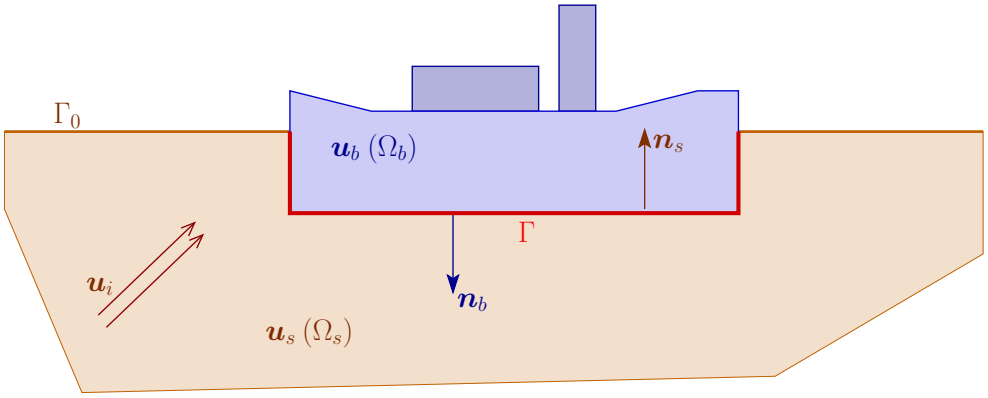


FIGURE 2 – Schématisation d'une méthode de sous-structuration.

2 Modélisation de l'Interaction Sol-Structure

L'Interaction Sol-Structure consiste à étudier le comportement du sol et le comportement de la structure sous chargement sismique (représenté par un champ de déplacement incident $\boldsymbol{u}_i$ donné dans le sol, créé par une source éloignée) . Il s'agit d'évaluer l'action du mouvement du sol sur la réponse de la structure et l'action du mouvement de la structure sur l'onde sismique incidente. L'évaluation de cette interaction n'est ni triviale, ni facile à évaluer analytiquement, car elle implique le couplage de plusieurs phénomènes. Elle requiert, dans la plupart des cas, le passage par une résolution numérique du problème. Les modèles à prendre en compte pour être proche de la réalité peuvent être lourds et coûteux en terme de calcul. En effet, il faut considérer un problème multi-échelles : la structure dont la taille est de l'ordre de la dizaine de mètres et le sol dont la longueur caractéristique de variation des hétérogénéités peut être de l'ordre de quelques kilomètres.

Les problèmes d'ISS peuvent être traités soit de manière monolithique [12] soit par sous-structuration [3, 9]. Dans ce travail, nous utilisons la méthode de sous-structuration, qui consiste à découper le domaine global en plusieurs sous-régions (et s'apparente donc à une méthode de décomposition de domaine). Dans le cas de l'ISS, les sous-domaines sont en général (a) un domaine borné Ω_b contenant le(s) bâtiment(s) et pouvant aussi contenir une portion du sol (environnement proche) et (b) un domaine Ω_s semi-infini (sol modélisé comme un milieu élastique linéaire). Il est alors naturel d'associer les éléments finis pour modéliser le domaine Ω_b et les équations intégrales de frontière pour le domaine non borné Ω_s, ces deux domaines étant raccordés sur une interface Γ (Fig. 2). Au sein d'EDF, le code Miss3D de résolution de problèmes de propagation d'ondes par la méthode des éléments de frontière issu de la thèse de D. Clouteau [3] (reposant sur les solutions fondamentales du demi-espace stratifié, et évitant ainsi toute discrétisation de surface libre ou d'interfaces horizontales) est utilisé de façon opérationnelle en couplage avec *Code_Aster* [13]. Dans ce travail, nous proposons d'associer *Code_Aster* avec une formulation intégrale élastodynamique accélérée par multipôles rapides, afin de dépasser les limitations bien connues (en taille de problème et en temps de calcul) affectant les solveurs intégraux non accélérés, tels que Miss3D, induites par le caractère *a priori* dense des opérateurs intégraux.

La modélisation par éléments finis de Ω_b s'appuie sur la formulation faible (ici écrite dans le domaine de Fourier) :

$$\int_{\Omega_b} \boldsymbol{\sigma}_b(\boldsymbol{u}_b) : \varepsilon(\boldsymbol{w}) dV - \omega^2 \int_{\Omega_b} \rho_b \boldsymbol{u}_b . \boldsymbol{w} dV = F(\boldsymbol{w}) + \langle \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_b}(\boldsymbol{u}_b), \boldsymbol{w} \rangle_\Gamma, \quad \forall \boldsymbol{w} \in \mathcal{W} \tag{1}$$

où $\boldsymbol{u}_b$ le vecteur de déplacement de Ω_b, $\mathcal{W}$ est l'espace des déplacements virtuels admissibles sur Ω_b, $\boldsymbol{\sigma}_b(\boldsymbol{u}_b)$ est la contrainte associée à $\boldsymbol{u}_b$ par le modèle de comportement choisi dans Ω_b, et $\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_b}$ représente le vecteur contrainte relatif à Ω_b sur Γ ($\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_b}(\boldsymbol{u}_b) = \boldsymbol{\sigma}_b(\boldsymbol{u}_b).\boldsymbol{n}_b$). La forme linéaire F regroupe l'ensemble des excitations appliquées à Ω_b hors de l'interface Γ.

Le champ $\boldsymbol{u}_s$ dans Ω_s vérifie l'équation homogène de propagation élastodynamique $\mathrm{div}\,(\boldsymbol{\sigma}_s(\boldsymbol{u}_s)) + \rho_s \omega^2 \boldsymbol{u}_s = \boldsymbol{0}$ (le comportement $\boldsymbol{u}_s \to \boldsymbol{\sigma}_s(\boldsymbol{u}_s)$ étant supposé élastique linéaire), ainsi que la condition de surface libre $\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_s}(\boldsymbol{u}_s) = \boldsymbol{0}$ sur Γ_0. En notant $\boldsymbol{u}_s$ le déplacement dans le sol, la compatibilité des solutions dans les domaines Ω_s et Ω_b se traduit par

$$\boldsymbol{u}_b = \boldsymbol{u}_s, \quad \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_b}(\boldsymbol{u}_b) + \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_s}(\boldsymbol{u}_s) = \boldsymbol{0} \qquad \text{sur } \Gamma.$$

Pour résoudre le problème, on décompose le déplacement dans Ω_s comme $\boldsymbol{u}_s = \boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{u}_r + \boldsymbol{u}_c$, où :

(i) $\boldsymbol{u}_i$ est un champ incident donné, c'est-à-dire une solution de l'équation $\mathrm{div}\,(\boldsymbol{\sigma}_s(\boldsymbol{u}_i)) + \rho_s\omega^2\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{0}$ dans le demi espace infini homogène Ω_0 (donc en l'absence de structure ou de perturbation lithologique ou topographique), vérifiant $\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_s}(\boldsymbol{u}_i) = \boldsymbol{0}$ sur Γ_0.

(ii) Le champ $\boldsymbol{u}_r$ vérifie $\mathrm{div}\,(\boldsymbol{\sigma}_s(\boldsymbol{u}_r)) + \rho_s\omega^2\boldsymbol{u}_r = \boldsymbol{0}$ dans Ω_s, $\boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{u}_r = \boldsymbol{0}$ sur Γ et $\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_s}(\boldsymbol{u}_r) = \boldsymbol{0}$ sur Γ_0 ; il représente la diffraction du champ incident $\boldsymbol{u}_i$ due aux perturbations lithologiques et topographiques.

(iii) Le champ $\boldsymbol{u}_c$ est le déplacement rayonné dans Ω_s engendré par le mouvement de Ω_b, transmis via l'interface Γ : la condition $\boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{u}_r = \boldsymbol{0}$ sur Γ implique que les traces de $\boldsymbol{u}_b$ et $\boldsymbol{u}_c$ sur Γ sont égales.

Développons le terme $\langle \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_b}(\boldsymbol{u}_b), \boldsymbol{w}\rangle_\Gamma$ en prenant en compte la décomposition de $\boldsymbol{u}_s$:

$$\langle \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_b}(\boldsymbol{u}_b), \boldsymbol{w}\rangle_\Gamma = -\langle \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_s}(\boldsymbol{u}_s), \boldsymbol{w}\rangle_\Gamma = -\langle \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_s}(\boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{u}_r), \boldsymbol{w}\rangle_\Gamma - \langle \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_s}(\boldsymbol{u}_c), \boldsymbol{w}\rangle_\Gamma. \tag{2}$$

On pose $\boldsymbol{f}_s := -\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_s}(\boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{u}_r)$: $\boldsymbol{f}_s$ est la force sismique sur Γ résultant du champ incident. Elle dépend linéairement de $\boldsymbol{u}_i$ (et est donc nulle si $\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{0}$). Introduisons d'autre part le problème auxiliaire définissant le champ $\boldsymbol{u}_s = \boldsymbol{u}_s[\boldsymbol{v}]$ dans Ω_s engendré par un déplacement $\boldsymbol{v}$ imposé sur l'interface :

$$\mathrm{div}\,(\boldsymbol{\sigma}_s(\boldsymbol{u}_s)) + \rho_s\omega^2\boldsymbol{u}_s = \boldsymbol{0} \ \text{ (dans } \Omega_s), \quad \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_s}(\boldsymbol{u}_s) = \boldsymbol{0} \ \text{ (sur } \Gamma_0), \quad \boldsymbol{u}_s = \boldsymbol{v} \ \text{ (sur } \Gamma). \tag{3}$$

Avec cette définition, on a en particulier $\boldsymbol{u}_r = -\boldsymbol{u}_s[\boldsymbol{u}_i]$. On définit alors l'opérateur linéaire d'impédance $\mathcal{Z}$, donnant les efforts sur Γ induits par le déplacement $\boldsymbol{v}$ imposé au sol sur Γ (c.à.d. opérant la condensation du sol sur l'interface Γ), par la relation

$$\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_s}(\boldsymbol{u}_s[\boldsymbol{v}]) = \mathcal{Z}(\omega)\boldsymbol{v} \qquad \text{sur } \Gamma. \tag{4}$$

Avec ces définitions, et puisque $\boldsymbol{u}_b = \boldsymbol{u}_c$ sur Γ, (2) devient

$$\langle \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_b}(\boldsymbol{u}_b), \boldsymbol{w}\rangle_\Gamma = \langle \boldsymbol{f}_s, \boldsymbol{w}\rangle_\Gamma - \langle \mathcal{Z}(\omega)\boldsymbol{u}_b, \boldsymbol{w}\rangle_\Gamma. \tag{5}$$

L'équation (1) peut s'écrire, après incorporation de (5), sous la forme condensée

$$\mathcal{K}(\boldsymbol{u}_b, \boldsymbol{w}) + \omega^2\mathcal{M}(\boldsymbol{u}_b, \boldsymbol{w}) + \mathcal{Z}(\omega)(\boldsymbol{u}_b, \boldsymbol{w}) = F(\boldsymbol{w}) + \langle \boldsymbol{f}_s, \boldsymbol{w}\rangle_\Gamma. \tag{6}$$

On choisit alors un espace d'approximation de la forme $\mathcal{W}_h = Vect\big((\boldsymbol{\Phi}_i)_{1\le i\le n}, (\boldsymbol{\Psi}_j)_{1\le j\le m}\big)$, les $\boldsymbol{\Phi}_i$ s'annulant sur Γ. Pour évaluer la contribution de $\langle \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_b}(\boldsymbol{u}_b), \boldsymbol{w}\rangle_\Gamma$ à la formulation faible (1), on écrit que $\boldsymbol{u}_b = \sum_j u_b^j \boldsymbol{\Psi}_j$ sur Γ et choisit $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{\Psi}_k$ ($1 \le k \le m$), ce qui donne

$$\langle \mathcal{Z}(\omega)\boldsymbol{u}_b, \boldsymbol{w}\rangle_\Gamma = \sum_j u_b^j \langle \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{n}_s}(\boldsymbol{\Psi}_j), \boldsymbol{\Psi}_k\rangle_\Gamma = \sum_j u_b^j \langle \mathcal{Z}\boldsymbol{\Psi}_j, \boldsymbol{\Psi}_k\rangle_\Gamma = \sum_j u_b^j Z_{kj}. \tag{7}$$

L'évaluation de la projection de l'opérateur d'impédance $\mathcal{Z}$ sur le sous-espace $Vect\big((\boldsymbol{\Phi}_i)_{1\le i\le n}\big)$ demande donc la résolution des m problèmes (3) correspondant à $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\Psi}_i$ ($1 \le i \le m$). Le calcul de la force sismique $\boldsymbol{f}_s$ demande la résolution de (3) avec $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{u}_i$.

La résolution numérique de la formulation faible (6) par éléments finis requiert le calcul de l'opérateur d'impédance $\mathcal{Z}$ projeté sur $\mathcal{W}_h$, c'est-à-dire les coefficients Z_{kj} définis par (7), ce qui nécessite la résolution numérique des problèmes (3) dans Ω_s. Nous choisissons pour ces derniers d'utiliser la méthode des éléments de frontière (*boundary element method*, ou BEM) accélérée par la méthode multipôle rapide, bien adaptée à la prise en compte de milieux infinis et applicable aux cas où la discrétisation de Ω_b par éléments finis crée un nombre élevé de DDLs sur Γ ; là réside l'apport principal de ce travail.

3 Méthode des éléments de frontière accélérée

La BEM s'appuie sur la discrétisation et la résolution d'une équation intégrale, qui relie les traces (déplacement $\boldsymbol{u}$ et efforts surfaciques $\boldsymbol{t}$) sur la frontière $\partial\Omega$ d'un domaine Ω d'un champ satisfaisant dans Ω (supposé à propriétés linéaires et homogènes) l'équation de propagation [1]. Dans le cas de l'élastodynamique $3D$, l'équation intégrale s'écrit :

$$c_{ik}(\boldsymbol{x})u_i(\boldsymbol{x}) - \int_{\partial\Omega} t_i(\boldsymbol{y})U_i^k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},k_p,k_s)dS_y + (PV)\int_{\partial\Omega} u_i(\boldsymbol{y})T_i^k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},k_p,k_s)dS_y = 0 \tag{8}$$

où (PV) indique une intégrale singulière évaluée en valeur principale de Cauchy et $c_{ik} = \frac{1}{2}\delta_{ik}$ si la frontière $\partial\Omega$ est suffisamment régulière au voisinage de $\boldsymbol{x}$. La BEM nécessite la connaissance des solutions

fondamentales $U_i^k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ et $T_i^k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ (composante i du déplacement ou du vecteur contrainte en $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^3$, respectivement, engendré dans un milieu infini élastique linéaire et homogène par une force ponctuelle unitaire appliquée en $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3$ selon la direction k).

La BEM est bien adaptée à la modélisation de milieux infinis, sa formulation prenant intrinsèquement en compte la condition de rayonnement. Elle est en revanche potentiellement coûteuse en temps de calcul et en mémoire car la matrice du système est pleine, contrairement aux méthodes d'éléments finis dont la matrice est creuse. Ainsi, l'assemblage de la matrice du système linéaire a une complexité de l'ordre de $O(N^2)$, N étant le nombre d'inconnues du système. Ces limitations correspondent à l'approche traditionnelle de mise en oeuvre et ne sont pas absolues, des travaux plus récents ayant développé des méthodes d'accélération de la BEM, telles que la méthode des matrices hiérarchiques (utilisée par exemple dans [4]) ou la méthode multipôle rapide (*fast multipole method*, ou FMM).

La FMM a été introduite par Greengard et Rokhlin [7]. Elle repose sur une reformulation des solutions fondamentales $U_i^k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ et $T_i^k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ comme somme (infinie en théorie, tronquée en pratique) de produits de fonctions de $\boldsymbol{x}$ et de $\boldsymbol{y}$. Cette séparation des variables permet des économies de calcul, des intégrales par rapport à $\boldsymbol{y}$ étant calculées une fois pour toute et réutilisées en parcourant les points de collocation $\boldsymbol{x}$. La version optimale (multi-niveaux) de la FMM permet de passer d'une complexité d'ordre $O(N^2)$ à une complexité de l'ordre de $O(Nlog(N))$ pour chaque itération du solveur itératif [2]. Dans ce travail, nous utilisons le code de calcul FM-BEM *Coffee*, développé par S. Chaillat [2], pour résoudre des problèmes visco-élastodynamique 3D par éléments de frontière.

La figure 3 illustre l'accélération qu'on peut attendre de la FM-BEM. On a effectué différentes résolutions de problèmes de propagation d'onde dans un milieu élastique semi-infini en faisant varier le nombre de degrés de liberté du système. On compare le temps CPU nécessaire à l'effectuation d'une itération du solveur GMRES. Le temps CPU requis par la BEM devient assez rapidement inacceptable (de même que la mémoire nécessaire au stockage des opérateurs denses, non représentée), tandis que la FM-BEM permet aisément de traiter des modèles de taille beaucoup plus importante.

4 Couplage FEM – FM-BEM

La FM-BEM est obligatoirement utilisée en conjonction avec un solveur itératif. Dans ce contexte, l'opérateur d'impédance $\mathcal{Z}$ ne peut être assemblé complètement, sa discrétisation conduisant a priori à une matrice dense de taille $N_\Gamma \times N_\Gamma$ (N_Γ désignant le nombre de degrés de liberté éléments finis portés par l'interface de couplage Γ) et exigeant N_Γ résolutions itératives complètes de problèmes du type (3). On choisit alors de discrétiser (6) au moyen d'une base réduite : l'espace d'approximation $\mathcal{W}_h = Vect\big((\boldsymbol{\Phi}_i)_{1\leq i\leq n}, (\boldsymbol{\Psi}_j)_{1\leq j\leq m}\big)$ est tel que :

— Les $(\boldsymbol{\Phi}_i)_{1\leq i\leq n}$ sont des modes dynamiques de Ω_b avec interface Γ bloquée,

— Les $(\boldsymbol{\Psi}_j)_{1\leq j\leq m}$ sont des extensions à Ω_b de modes de l'interface Γ,

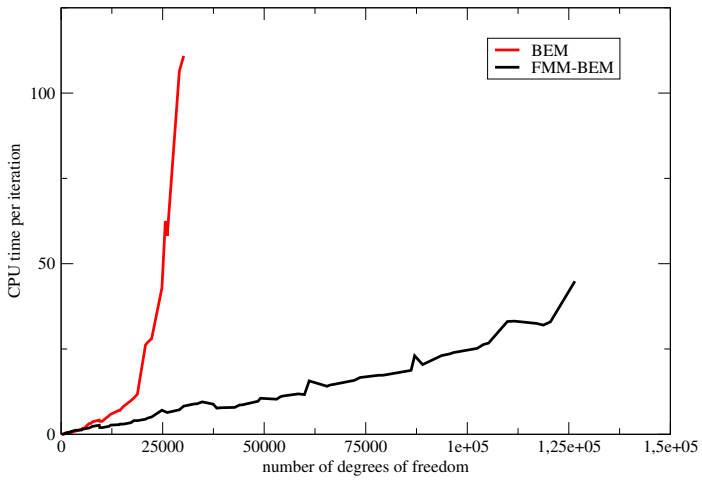
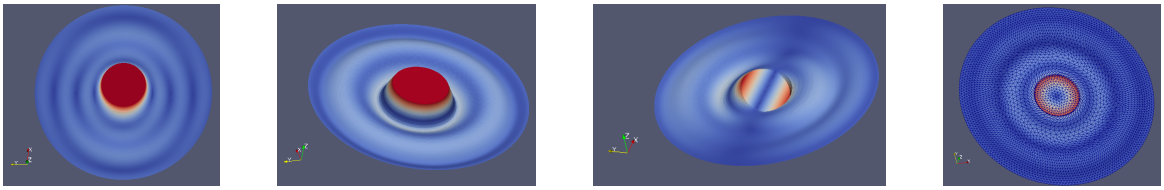


FIGURE 3 – Temps CPU par itération en fonction du nombre de DDLs entre la FM-BEM et la BEM.



(a) mode de tamis (b) mode de pompage (c) mode de balancement (d) mode de torsion

FIGURE 4 – Modes de corps rigide d'une fondation.

et on suppose $m \ll N_\Gamma$. Les déplacements inconnu et test sont alors respectivement supposés de la forme $\boldsymbol{u}_b = \sum_i q_i \boldsymbol{\Psi}_i + \sum_j p_j \boldsymbol{\Phi}_j$ et $\boldsymbol{w} = \sum_i q'_i \boldsymbol{\Psi}_i + \sum_j p'_j \boldsymbol{\Phi}_j$. Les opérateurs $\mathcal{K}$, $\mathcal{M}$ et $\mathcal{Z}$ de (6) doivent être évalués dans la base réduite. L'évaluation de $\mathcal{Z}$ repose alors sur :

— Résolution des m problèmes (3) avec $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\Psi}_i$ par *Coffee* ;
— Calcul des coefficients de l'impédance projetée : $Z_{ik} = \langle \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\Psi}_i).\boldsymbol{\Phi}_k \rangle_\Gamma, 1 \leq i,k \leq m$.

Cette approche permet de diminuer considérablement le coût de calcul, l'évaluation de l'opérateur d'impédance ne demandant que m résolutions de problèmes (3) par *Coffee*, au lieu des $N_\Gamma \gg m$ problèmes que l'utilisation de l'espace d'approximation éléments finis complet aurait nécessité.

5 Validation

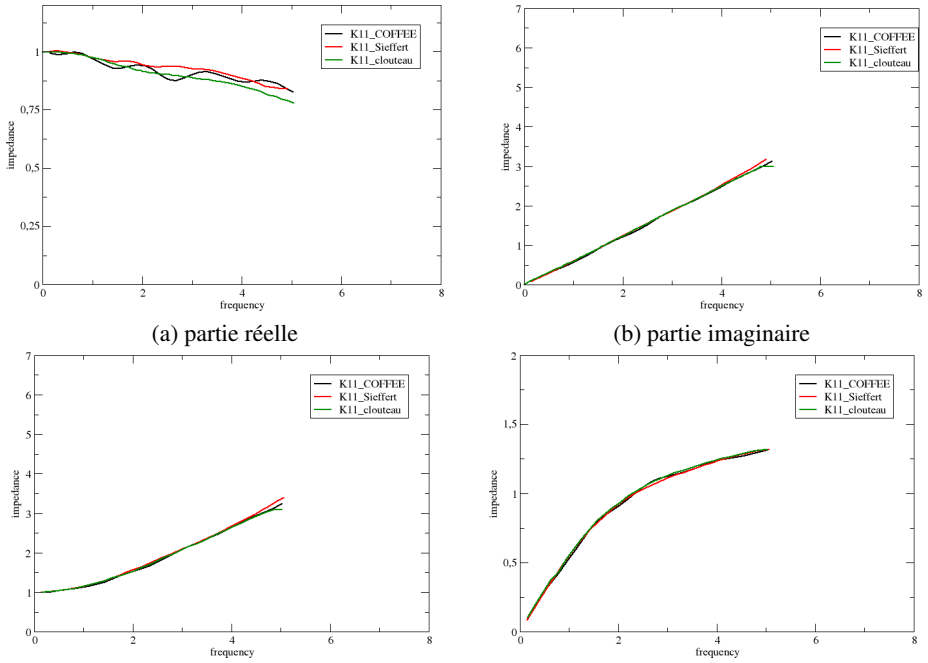
Pour valider le calcul des coefficients d'impédance, qui jouent un rôle essentiel dans la stratégie de calcul proposée et dont la mise en oeuvre est en cours, les résultats numériques obtenus pour ces quantités sont comparés à deux solutions de référence : l'une tirée d'un manuel de fonctions d'impédance [11], l'autre du dossier de validation de Miss3D.

Les comparaisons présentées ci-après portent sur des impédances projetées sur les modes d'interface correspondant aux mouvements de corps rigide d'une fondation circulaire (de rayon $R = 0.5m$) reposant sur un demi-espace élastique homogène (figure 4) :

— mode de tamis : translation selon les axes horizontaux $\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y$;
— mode de pompage : translation selon l'axe vertical $\boldsymbol{e}_z$;
— mode de balancement : rotation autour des axes horizontaux $\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y$.
— mode de torsion : rotation autour de l'axe vertical $\boldsymbol{e}_z$.

Il est nécessaire de mailler (une portion tronquée de) la surface libre, choisie ici comme un disque concentrique de rayon $4R$, *Coffee* reposant sur les solutions fondamentales de l'espace infini. Les propriétés mécaniques du sol sont prises unitaires : $\mu = 1, \rho = 1, \nu = 0.33$. Le modèle numérique contient 11985 ddls. Les impédances présentées sont normalisées par la raideur statique relative à chaque mode d'interface. Les impédances étant complexes, on présente séparément la partie réelle, la partie imaginaire, le module et la phase. Sur les figures 5 à 8, les impédances sont tracées en fonction de la fréquence adimensionnelle $a_0 := \omega R\sqrt{\rho/\mu}$.

Mode de tamis : Les résultats obtenus avec *Coffee* s'approchent des deux références. Cependant, on observe des oscillations de la partie réelle, autour de la solution de référence, de la solution obtenue avec *Coffee*. Ces oscillations sont moins apparentes dans la partie imaginaire, le module et la phase à cause du facteur d'échelle.

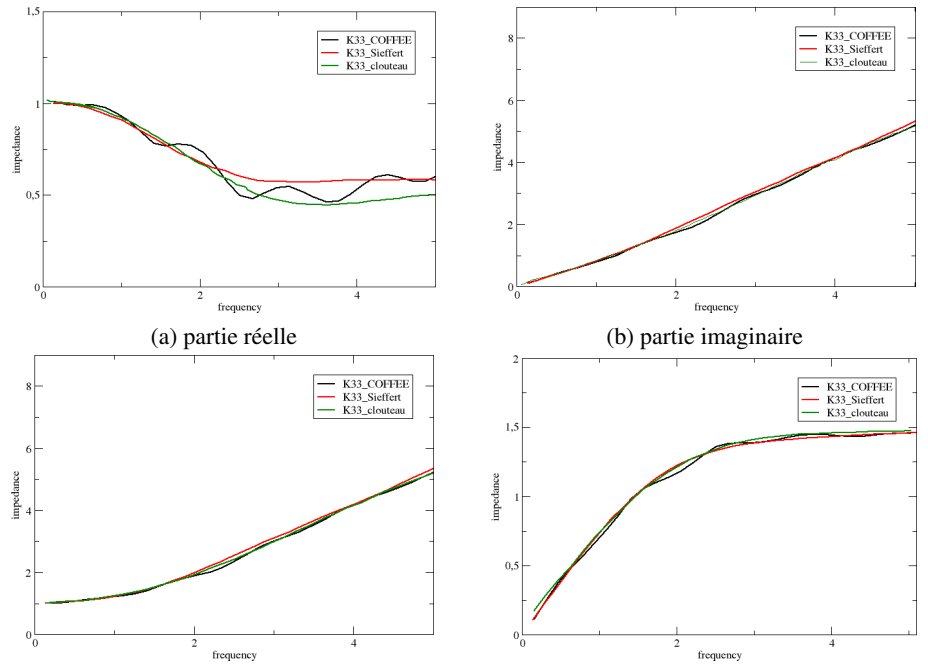


(a) partie réelle (b) partie imaginaire

(c) module (d) phase

FIGURE 5 – Mode de tamis.

Mode de pompage : De même que pour le mode de tamis, le mode de pompage montre des oscillations pour la partie réelle obtenue avec *Coffee*, tout en s'approchant en général des solutions de référence. Les solutions du manuel d'impédance de Sieffert et de ceux de Miss3D, bien qu'ayant la même allure, ne sont pas superposées. Les résultats obtenus par *Coffee* se situent entre les deux.

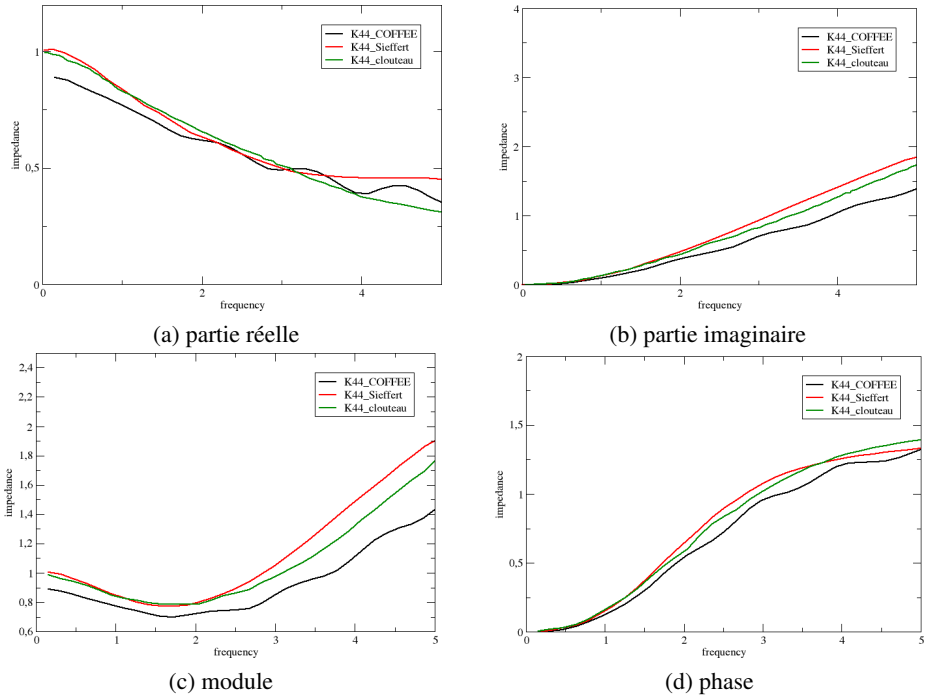


(a) partie réelle (b) partie imaginaire

(c) module (d) phase

FIGURE 6 – Mode de pompage.

Mode de balancement : Pour le mode de balancement, les écarts entre l'impédance calculée par *Coffee* et les deux autres références deviennent notables, les courbes présentantant toutefois des allures similaires. La non-superposition des résultats, même entre les deux références, est due à la sensibilité des méthodes utilisées aux paramètres du modèle tel que la finesse du maillage.

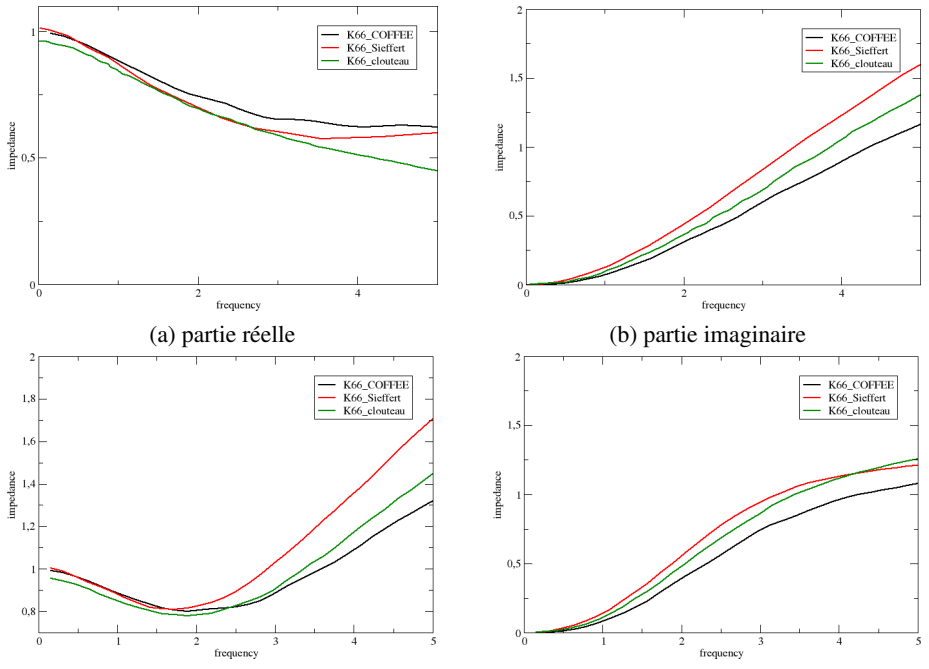


(a) partie réelle (b) partie imaginaire

(c) module (d) phase

FIGURE 7 – Mode de balancement.

Mode de torsion : Pour le mode de torsion, les oscillations disparaissent. On peut déduire que celles-ci dépendent du mode traité, et que certains modes s'y apprêtent plus que d'autres. Les courbes calculées par *Coffee* reproduisent bien les courbes de référence.



(a) partie réelle (b) partie imaginaire

(c) module (d) phase

FIGURE 8 – Mode de torsion.

Discussion. Ces tests numériques montrent que les coefficients de l'opérateur d'impédance calculés par *Coffee* sont proches des solutions de référence (pour les modes d'interface de corps rigide, pour lesquels des références de comparaison sont disponibles). Nous avons pu déterminer que les oscillations observées des fonctions $\omega \mapsto Z_{ki}(\omega)$ calculées par *Coffee* sont dues à l'approximation de la surface libre infinie par une surface tronquée, car (i) elles disparaissent sur des cas-tests similaires effectuées sur des domaines bornés dont la frontière est alors entièrement maillée, et (ii) elles varient avec des modifications du rayon de troncature de la surface libre.

6 Conclusions

Les calculs réalisés avec *Coffee* ont permis de tester les possibilités offertes par la FM-BEM : la méthode est peu couteuse en terme de temps de calcul et mémoire, contrairement à la méthode BEM classique.

On a développé ici une stratégie de calcul d'impédance de sol projetée sur base réduite, en passant par une résolution accélérée de la BEM par méthode mulitpôle rapide. Cette impédance est un constituant essentiel de la méthode couplée FEM – FM-BEM, dont la mise au point et la validation sont en cours.

La suite du travail concernera la validation des efforts sismiques relatifs à l'application d'un champ incident, puis l'application de la méthode couplée FEM – FM-BEM à un cas réel (modèle du bassin de Grenoble).

Références

[1] M. Bonnet. *Boundary Integral Equation Methods for Solids and Fluids*, Wiley, 1999.

[2] S. Chaillat. *Méthode multipôle rapide pour les équations intégrales de frontière en élastodynamique 3-D. Application à la propagation d'ondes sismiques*, Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2008.

[3] D. Clouteau *Propagation d'ondes dans les milieux hétérogènes. Application à la tenue des ouvrages sous séismes*, Thèse, Ecole Centrale de Paris, 1990.

[4] P. Coulier, S. François, G. Lombaert, G. Degrande. Application of hierarchical matrices to boundary element methods for elastodynamics based on Green's functions for a horizontally layered halfspace, *Eng. Anal. Bound. Elem.*, 37 :1745–1758, 2013.

[5] N. Delépine. *Numerical modeling for seismic site effects in sedimentary asins and influences of nonlinear soil behavior*, Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2007.

[6] E. Maufroy, P.-Y. Bard, E. Chaljub, *Validation of site-effect numerical predictions : New results from the Euroseistest Verification and Validation Project (E2VP)*, World Conference on Earthquake Engineering, 2012.

[7] L. Greengard, V. Rokhlin. A fast algorithm for particle simulations, *J. Comput. Phys.*, 73 :325–348, 1987.

[8] E. Grasso. *Modelling visco-elastic seismic wave propagation : a fast-multipole boundary element method and its coupling with finite elements*, Thèse, Université Paris-Est, 2012.

[9] A. Nieto Ferro. *Nonlinear dynamic soil-structure interaction in earthquake engineering*, Thèse, Ecole Centrale de Paris, 2013.

[10] J.F. Semblat, A. Pecker. *Waves and Vibrations in Soils : earthquakes, traffic, shocks, construction works*, IUSS Press, 2009.

[11] J. Sieffert, F. Cevaer. *Manuel des fonctions d'impédance*, Ouest Editions, 1992.

[12] Zhenpeng, Liao. *Dynamic interaction of natural and man-made structures with earth medium*, Earthquake Research in China, 13-3, 1999.

[13] www.code-aster.org